

國立屏東科技大學 102 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試
土木工程系碩士班 數學(微分方程+向量分析)試題

UNREGISTERED

一、試解微分方程式 $y' = \frac{2 + ye^{xy}}{3y - xe^{xy}}$ 。 (15%)

提示：判斷是否滿足正合(exact)條件

二、試解一階線性常微分方程式 $y' + y = x$ ，且 $y(0) = 1$ 。 (15%)

提示：利用積分因子(integrating factor)

UNREGISTERED

三、試解二階線性常微分方程式 $y'' + y = 8x + 2$ ，且 $y(0) = 1$ ， $y'(0) = 2$ 。 (15%)

四、試將線性方程組 $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 8 \\ 4x_1 + 5x_2 = -2 \end{cases}$ 化成矩陣形式 $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ ，其中 $\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$ ，

(1) 寫出 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 。 (6%)

(2) 試求 $\mathbf{A}$ 的特徵值(eigenvalue)和特徵向量(eigenvector)，特徵向量請取單位向量。 (12%)

(3) 試求 $\mathbf{A}$ 的反矩陣 $\mathbf{A}^{-1}$ 。 (6%)

(4) 試利用(3)的結果求 $\mathbf{X}$ 。 (6%)

五、(1) 已知向量 $\mathbf{v} = (ax + 2y + 4z)\mathbf{i} + (2x + by - z)\mathbf{j} + (4x - y + cz)\mathbf{k}$ ，且 $\nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ ，試求常數

a ， b 和 c 。 (12%)

UNREGISTERED

(2) 已知一純量函數 $\Phi(x, y, z)$ 滿足 $\nabla \Phi = \mathbf{v}$ ，試求 $\Phi(x, y, z)$ 。 (13%)

提示： $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$ 。