

國立屏東科技大學 104 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試
科技管理研究所碩士班 工程數學(常微分方程+拉普拉斯轉換+線性代數+傅立葉級數)試題

1. 求解微分方程： $(4xy+1)dx+(2x^2-3)dy=0$ (10%)

2. 求解微分方程： $y'+y=\frac{1}{2}x$ (10%)

3. 求解微分方程： $y'''-2y''-y'+2y=5e^{3x}$ (10%)

4. 求解微分方程： $y''+4y=\sin 2x+\cos 2x$, $y(0)=2$, $y(\frac{\pi}{4})=0$ (10%)

5. 請利用拉普拉斯轉換法(Laplace Transform)求解下列各式:

(a). $y''+5y'+4y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$ (10%)

(b). $\int_0^{\infty} e^{-2t} (t^3 + \cos 3t) dt = ?$ (10%)

6. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 矩陣 $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, 矩陣 $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 矩陣 $D = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$

(a). 求矩陣 A 之行列式值($\det A$)。 (5%)

(b). 求矩陣 B 之反矩陣(B^{-1})。 (10%)

(c). 求可將矩陣 C 對角化成矩陣 D 之矩陣 P , 並求出對角化矩陣 D 之元素(α, β, γ)。 (10%)

7. 已知週期函數 $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < -\frac{\pi}{2} \\ \pi & -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$, $f(t) = f(t+2\pi)$, 試求其傅立葉級數, 並利用此結果

證明等式 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$ (15%)