

國立屏東科技大學 106 學年度 碩士班暨碩士在職專班 招生考試
車輛工程系碩士班 工程數學(常微分方程+拉普拉斯轉換+線性代數+傅立葉
級數)試題

1. 請求出常微分方程式 $y' + 2y = 4\cos 2x$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$ 的解。 (10%)

2. 請求出常微分方程式 $y'' + 4y' + 3y = 5\sin x$ 的通解。 (10%)

3. 請用拉普拉斯轉換(Laplace Transform)求出以下微分方程式的解

$$y'' + 4y' + 4y = t^2 e^{-2t}$$

初始條件為 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 。 (15%)

4. 請利用拉普拉斯轉換(Laplace Transform)求出下列初始值問題的解 (15%)

$$y'' + 4y' + 4y = 1 + \delta(t-1), \quad y(0) = 0, y'(0) = 2$$

5. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

請求出矩陣 A 的特徵值以及特徵向量。 (15%)

6. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(1) 請求出 $\det(A^{12})$ (5%)

(2) 請求出 A 的乘法反矩陣 A^{-1} (10%)

7. (1) 請求出下列函數的傅立葉級數(Fourier series)

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - |x| \quad \text{當 } -\pi \leq x \leq \pi \quad (10\%)$$

(2) 請利用(1)的結果求出下列無窮級數的和

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)^4} = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots \quad (10\%)$$